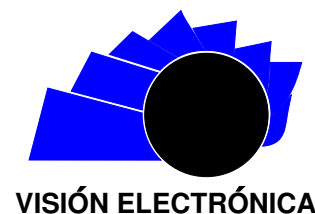




## Visión Electrónica

### *Más que un estado sólido*

<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/visele>



VISIÓN ACTUAL

## Modelos newtonianos y no newtonianos asociados al flujo sanguíneo: revisión

### *Newtonian and Non Newtonian Models Associated with Blood Flow: Review*

Carolina Montaña.<sup>1</sup>, Nicolás Rodríguez.<sup>2</sup>, Luz Helena Camargo.<sup>3</sup>

#### INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

##### Historia del artículo:

Enviado: 13/09/2017

Recibido: 22/11/2017

Aceptado: 12/01/2018

##### Palabras clave:

Fluido newtoniano

Fluido no newtoniano

Flujo sanguíneo

Hematocrito

Viscosidad

##### Open access



##### Keywords:

Newtonian fluid

Non-newtonian fluid

Blood flow

Hematocrit

Viscosity

#### RESUMEN

El comportamiento y características de la sangre en el sistema circulatorio han generado diversos modelos que pueden ser aplicados para el análisis del flujo sanguíneo, entre los que se incluyen modelos newtonianos y no newtonianos. En esta revisión se presentan once modelos propuestos a partir de parámetros experimentales que incluyen estudios de viscosidad con diferentes velocidades de cizallamiento y densidad asociada a la dinámica de fluidos. Se caracterizaron de acuerdo con métodos, parámetros específicos y valores experimentales utilizados; además, se comparó la eficacia, certeza y precisión de los modelos utilizados.

#### ABSTRACT

The behavior and characteristics of blood in the circulatory system have generated various models that can be applied to the flow analysis blood, including Newtonian and non-Newtonian models. This review presents eleven models proposed from experimental parameters, which include studies of viscosity with different speeds of shear and density associated with fluid dynamics. Were characterized in accordance with methods, specific parameters, used experimental values. Comparing efficiency, certainty and precision of the models used.

<sup>1</sup>Licenciada en física. Grupo de Investigación Ingeniería y Nanotecnología para la Vida (INVID), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. Correo electrónico: dcmontanoc@udistrital.edu.co

<sup>2</sup>Licenciado en física. Grupo de Investigación Ingeniería y Nanotecnología para la Vida (INVID), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. Correo electrónico: dnrodrigueznm@udistrital.edu.co

<sup>3</sup>Licenciada en biología; especialista en Bioingeniería, magíster en Ingeniería Biomédica. Grupo de Investigación Ingeniería y Nanotecnología para la Vida (INVID). Correo electrónico: lhcamargoc@udistrital.edu.co

## 1. Introducción

El sistema cardiovascular permite el transporte de oxígeno, nutrientes y residuos, está compuesto por el corazón, vasos sanguíneos, reguladores nerviosos y bioquímicos. Los vasos sanguíneos se clasifican en arterias, venas y capilares, diferenciándose unos de otros por el tamaño de sus conductos. La sangre es un componente fundamental y sus células están compuestas por eritrocitos (células rojas), estos transportan oxígeno, leucocitos (glóbulos blancos) que protegen el cuerpo de infección, y trombocitos (plaquetas) que permiten la coagulación de la sangre. La sangre recorre conductos de diferentes diámetros (de una arteria a una arteriola o viceversa), teniendo cambios en las variables de velocidad y presión [1].

Conocer su comportamiento en arterias y bifurcaciones permite comprender las variaciones en el flujo descendente, también el efecto de condiciones de entrada que reflejan las variaciones geométricas. Existen diferentes estudios relacionados con el flujo sanguíneo que muestran modelos de parámetros agrupados y modelos de parámetros distribuidos, para la simulación del comportamiento de sistemas dinámicos mediante una modelización matemática. Ahora bien, con el fin de comprender el comportamiento fisiológico y su mecanismo de control se presentan analogías entre principios hidrodinámicos con circuitos eléctricos, pues la sangre puede presentar comportamiento como un fluido no newtoniano en tanto que su viscosidad varía cuando hay cambios de temperatura en el cuerpo humano, además los vasos sanguíneos son elásticos [2], estos estudios presentan métodos como el de Lattice Boltzmann, elementos finitos [3]. El objetivo de este trabajo es revisar los principales estudios que proporcionan información relacionada con el comportamiento de los flujos newtonianos y no newtonianos, además de las técnicas empleadas para su desarrollo comprendido en la dinámica del flujo en los diferentes torrentes sanguíneos.

## 2. Metodología

Para la elaboración de este trabajo se hizo una recopilación de 150 documentos basados en modelos newtonianos y no newtonianos en un flujo sanguíneo, de los cuales se seleccionaron treinta para su revisión; se excluyeron artículos con estudios que incluyeran patologías, se incluyeron artículos que estudian el comportamiento del flujo sin patologías y con modelización matemática. Las bases de datos revisadas incluyen: Labmed, Medline, IEEE Medplus, ScienceResearch, Google Scholar.

## 3. Flujo sanguíneo

El estudio del flujo sanguíneo considera las ecuaciones de Navier-Stokes que relacionan el comportamiento de la viscosidad, corrientes, velocidad, presión y flujo, se analiza desde dos perspectivas, fluidos newtonianos y fluidos no newtonianos, entendiendo la sangre como un fluido incompresible, viscoelástico y, según las condiciones de frontera, se comporta como fluido newtoniano. La relación que esclarece si un fluido es o no newtoniano se caracteriza por el número de Reynolds (1) [4], medida de la tendencia a la turbulencia que enfatiza el método y modelo de estudio en el flujo sanguíneo [5]; para valores del número de Reynolds menores o iguales a 2000 el flujo se mantiene estacionario, los valores entre 2000 y 4000 se consideran como un flujo de transición y los valores mayores a 4000 se consideran como un flujo turbulento, la turbulencia se caracteriza por la variación de velocidades y el intercambio de masa caracterizando a un flujo no newtoniano.

$$Re = \frac{v * d}{\frac{\eta}{\rho}} \quad (1)$$

Las ecuaciones que caracterizan el modelo matemático utilizado, se realizan considerando las ecuaciones de Navier-Stokes [4].

### 3.1. Modelos para flujos no newtonianos

Un flujo se caracteriza por su viscosidad, cuando es constate tiene un comportamiento newtoniano, si varía presenta un comportamiento no newtoniano. En la sangre, esta se determina principalmente por el hematocrito (proporción volumétrica de los eritrocitos, que normalmente se encuentra en el rango de 0.45 a 0.55) [6]. Dos condiciones muestran un comportamiento no newtoniano en la sangre: bajas tasas de cizallamiento, en las cuales la velocidad tiende a aumentar y el diámetro del vaso, si es inferior a 100 micrómetros la viscosidad tiende a disminuir.

Frente a la circulación de un fluido en el torrente sanguíneo del sistema circulatorio no se logra caracterizar un comportamiento totalmente real, considerando que la hipótesis de un comportamiento newtoniano pierden certeza y precisión en tanto el diámetro de estos vasos se reduce considerablemente hasta llegar al rango de micrómetros [1]. Conforme se realizan estudios o modelos en vasos sanguíneos que estén lejos del corazón, el comportamiento reológico no newtoniano en la interacción fluido-estructura cobra mayor validez [7].

Un modelo de sangre no newtoniano ideal debe satisfacer los siguientes parámetros [5]: simular el

fenómeno de adelgazamiento por corte (*shear thinning*), es decir, la disminución en la viscosidad cuando se incrementa la tasa tensión de corte; incluir la dependencia del hematocrito; considerar la dependencia de la temperatura; contener la concentración de proteínas en la sangre; valorar las condiciones del flujo, es decir, si el flujo es pulsátil o continuo. Una característica esencial en el estudio de cada modelo es el parámetro de la viscosidad en función de la variación de la velocidad. Estos modelos han sido creados bajo ciertos parámetros experimentales descritos a continuación [8].

### 3.1.1. Modelo de Walburn-Schneck

La característica principal es la incorporación del hematocrito  $H$  (fracción de volumen de los glóbulos rojos en la sangre). Mediante un estudio se encontraron parámetros de la dependencia del hematocrito en función con los anticoagulantes, por medio de cuatro constantes, y la concentración total de proteína menos albumina (TPMA) [9] (2).

$$\mu = C_1 e^{C_2 H} \left[ e^{C_4 \left( \frac{TPMA}{H^2} \right)} \right] (\gamma)^{-C_3 H} \quad (2)$$

Las constantes se determinaron experimentalmente en:  $C_1 = 0,00797$ ;  $C_2 = 0,0608$ ;  $C_3 = 0,00499$  y  $C_4 = 14,585$ . A partir de los resultados experimentales que se obtuvieron, se propone el modelo con  $H = 40\%$  y  $TPMA = 25,9 \text{ g/l}$  [10].

### 3.1.2. Modelo de ley de potencia

Este modelo es una modificación del modelo newtoniano con la velocidad de deformación elevada a una potencia que incluye un índice no newtoniano [10], este comportamiento es la base para los otros modelos no newtonianos y se expresa por medio de la ecuación (3).

$$\mu = \mu_0 (\gamma)^{n-1} \quad (3)$$

La ecuación (3) representa el cambio en la viscosidad  $\mu$  debido a los parámetros  $\mu_0$  y  $n$ , donde  $\mu_0$  es un índice de consistencia de valor 0,035 y  $n$  es el índice no newtoniano con valor de 0,6. Los parámetros  $\mu_0$  y  $n$  corresponden a constantes de ajuste determinadas experimentalmente, entre más alto sea  $\mu_0$  más viscoso es el fluido y entre más alejado se encuentren de la unidad, las características no newtonianas se hacen más pronunciadas [11].

### 3.1.3. Modelo de Casson

Este modelo es una modificación de la ley de potencia que incluye la dependencia de la viscosidad con el hematocrito, lo que sugiere un valor de  $H$  de 137 %;

sin embargo, esto produce una viscosidad limitante a alto cizallamiento ligeramente por encima del valor newtoniano usual. La expresión de la viscosidad en este caso se considera como (4).

$$\mu = \left( \sqrt{\mu_\infty} + \sqrt{\frac{\lambda y}{\gamma}} \right)^2 \quad (4)$$

Los parámetros utilizados son:  $\mu_0 = 0,0012$ ,  $0 < H < 1$ , donde  $H$  representa el hematocrito, es decir, el porcentaje de eritrocitos en la sangre,  $y = 0,01(0,625H)^3$  y  $\mu_\infty = \mu_0 * (1 - H) - 2,5$ . Ambas dependencias al hematocrito ( $y$  y  $\mu_\infty$ ) son ajustadas experimentalmente [8].

### 3.1.4. Modelo de Carreau

Este modelo asume que la viscosidad varía siguiendo la siguiente ecuación [12].

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) [1 + (\lambda \gamma)^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (5)$$

En este modelo  $\mu_0$  y  $\mu_\infty$  son las viscosidades límites a razones de deformación por presión de cero e infinito respectivamente,  $\lambda$  es la constante de relajación y  $n$  es el índice no newtoniano del modelo de ley de potencia. Los valores experimentales recomendados para este modelo son:  $\mu_\infty = 0,00345 \text{ Ns/m}^2$ ,  $\mu_0 = 0,056 \text{ Ns/m}^2$ ,  $\lambda = 10,976$  y  $n = 0,3568$  [8].

### 3.1.5. Ley de poder generalizado (GPL, por sus siglas en inglés)

En este modelo se incorpora el modelo de la ley de potencia a bajas velocidades de corte, el modelo newtoniano a velocidades de corte media y altas. La viscosidad en este caso se describe como (6) y (7).

$$\lambda(\gamma) = \mu_\infty + \Delta \mu e^{[-(1+\frac{\gamma}{a})e^{-\frac{b}{\gamma}}]} \quad (6)$$

$$n(\gamma) = \mu_\infty + \Delta n e^{[-(1+\frac{\gamma}{c})e^{-\frac{d}{\gamma}}]} \quad (7)$$

Este modelo tiene los siguientes valores ajustados experimentalmente:  $\mu_\infty = 0,035$ ;  $n_\infty = 1,0$ ;  $\mu = 0,25$ ;  $n = 0,45$ ;  $a = 50$ ;  $b = 3$ ;  $c = 50$  y  $d = 4$ .

### 3.1.6. Ley de poder modificado

Modifica el modelo GPL para incluir la dependencia con el hematocrito, la temperatura y la concentración de TPMA [2, 13]. La expresión de la viscosidad está dada por (8).

$$\mu = C_2 e^{\left(\frac{C_1 T P M A}{H^2}\right)} \left[ \mu_0 (1 - H)^{-2,5} + \Delta \mu e^{\left[-(1 + \frac{\gamma}{c}) e^{-\frac{B}{\gamma}}\right]} \right] \quad (8)$$

Donde:

$$A = a_1 H^2 + a_2 H + a_3 T + a_4 \quad (9)$$

$$B = b_1 H^2 + b_2 H + b_3 T + b_4 \quad (10)$$

Con los siguientes valores ajustados experimentalmente:  $\mu_o = 0,0008585$ ;  $\mu = 0,00707$ ;  $C_1 = 0,0019225$ ;  $C_2 = 0,7639$ ;  $0 < H < 1$ ;  $a_1 = 0,14054375$ ;  $a_2 = -14,7089379$ ;  $a_3 = 1,3072387$ ;  $a_4 = 383,039$ ;  $b_1 = 0,02162045$ ;  $b_2 = 2,1138407$ ;  $b_3 = -0,193464$ ;  $b_4 = 41,2627$  [6]. El modelo GPL modificado presenta las mismas ventajas que el modelo GPL e incorpora la concentración de TPMA, lo que significa que se obtiene un modelo más flexible con la consecuencia de que, al tener una mayor cantidad de coeficientes en la ecuación constitutiva, aumenta la demanda en el procesamiento computacional de las simulaciones [14].

### 3.1.7. Modelo VOF

El modelo volumen de fluido (VOF, por sus siglas en inglés) se aplica para modelar microcanales en los capilares mediante una ecuación que analice el comportamiento del transporte de fracciones volumétricas de fluido, aplicando la ecuación de Navier-Stokes para continuidad y momento. La característica de este fluido considera una mezcla homogénea de gas-líquido, por otro lado, se considera que el flujo es laminar, no gravitacional, incompresible, newtoniano e isotérmico con el campo de velocidad  $V$  (11).

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} + \nabla(\rho V V) = -\nabla P + \nabla(\mu(\nabla V + \nabla^T V)) + F_s \quad (11)$$

Donde  $V$  es la velocidad de la mezcla,  $P$  la presión,  $t$  el tiempo,  $F_s$  la fuerza volumétrica en la interfase resultante de la tensión superficial, y  $\rho$ ,  $\mu$  son la densidad y la viscosidad, respectivamente. En esta ecuación, los términos de acumulación y momento de impulso convectivo en cada volumen de control (célula) equilibran la fuerza de presión, la fuerza de cizallamiento y la fuerza de tensión de superficie adicional  $F_s$ . La distribución de la fase líquida se describe utilizando una única variable de campo escalar,  $F$ , que define la fracción del volumen de líquido. Aquí,  $F = 1$  representa líquido,  $F = 0$  representa gas y  $0 < F < 1$  representa la interfase líquido / gas, [15].

### 3.1.8. Modelo Lucas-Washburn

La característica solución analítica para la propagación de un líquido que se comporta como un flujo sanguíneo. La solución analítica se basa en la ecuación de Navier-Stokes para el flujo horizontal, incompresible, cuasi-estable, laminar, newtoniano 2D (12) [15].

$$\frac{-\partial P}{\partial x} = -\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (12)$$

Donde  $P$  es la presión en el fluido en  $x$ ,  $\mu$ , es la viscosidad del fluido,  $u$  es la velocidad del fluido, se utiliza para un fluido desarrollado, donde el equilibrio de las fuerzas que interactúan en el flujo provocado por los cambios de presión y la fuerza gravitacional [14].

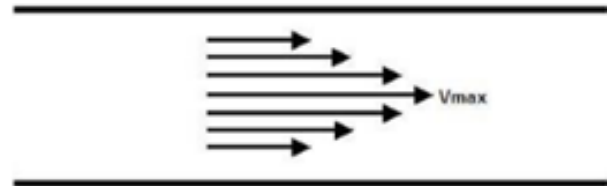
### 3.2. Modelos de flujo newtonianos

Un flujo tiene un comportamiento newtoniano cuando su viscosidad es constante. El flujo sanguíneo en vasos medianos y grandes logra una relación lineal entre la tasa de cizallamiento y el esfuerzo cortante, es decir, hay una viscosidad constante, esto se debe a que el diámetro eritrocitario es despreciable en comparación con el diámetro del vaso, logrando simular su estructura corpuscular aplicando la teoría del continuo. A continuación, se mostrarán los modelos encontrados en la revisión.

#### 3.2.1. Modelo de Poiseuille

Cuando un fluido se mueve por un tubo transversal, este es viscoso, la distribución de la velocidad del fluido es parabólica con una velocidad máxima en el eje vaso sanguíneo y velocidad mínima en la pared (Figura 1).

**Figura 1:** Perfil flujo laminar [11].



Este modelo expresa el comportamiento de la velocidad en función de dos presiones caracterizarles en la ecuación de Bernoulli, donde la velocidad es constante y máxima en la mirada del tubo transversal [14]. La ecuación que caracteriza este modelo para una viscosidad constante es (13) [3].

$$v = \frac{(r_0^2 - r^2)(P_1 - P_2)}{4\mu L} \quad (13)$$

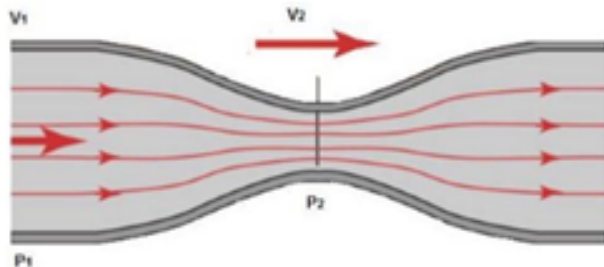
### 3.2.2. Modelo de Bernoulli

El fluido sanguíneo en el sistema circulatorio contiene energía en dos formas, energía cinética y energía potencial. Bernoulli demostró que en un sistema con flujo constantes, la energía es transformada cada vez que se módica el área transversal del tubo [3].

El principio de Bernoulli dice que la suma de energías potencial y cinética en los diferentes puntos del sistema es constante si el flujo es constante, cuando el diámetro de un tubo se módica, la velocidad también se modifica (Figura 2) [11], (14).

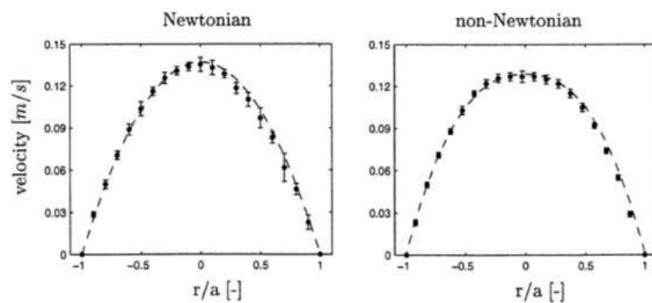
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + pgh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + pgh_2 \quad (14)$$

**Figura 2:** Flujo a través de un tubo [7].



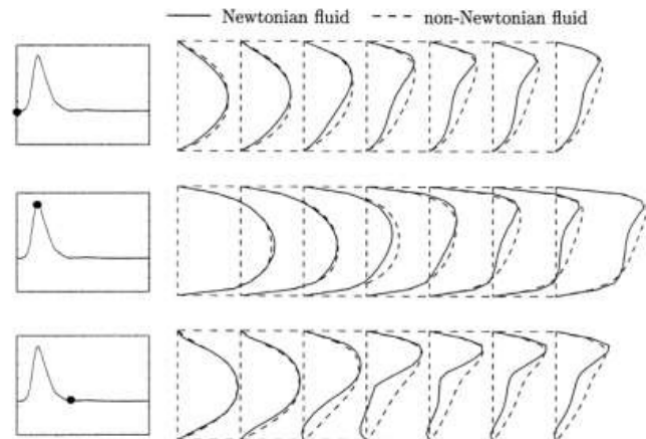
Otros modelos toman el flujo sanguíneo como newtoniano para velocidad de deslizamiento mayores a  $100 \text{ s}^{-1}$ , sin embargo, la velocidad de deslizamiento instantánea en el ciclo cardíaco varía de cero a aproximadamente  $1000 \text{ s}^{-1}$  en varios vasos arteriales grandes (Figura 3) [13,16].

**Figura 3:** Resultados experimentales (o) y numéricos (-) del perfil de velocidad axial en la arteria carótida común para un fluido newtoniano y no newtoniano [12].



Un modelo newtoniano es una buena aproximación en regiones con valores medios a altos de deslizamiento, con el debate de si el hecho que subestime la tensión tangencial de la pared en regiones de bajo deslizamiento es biológicamente significativo (Figura 4) [13].

**Figura 4:** Distribución de velocidad numérica axial en el plano simétrico para dos fluidos (línea solida fluido newtoniano, línea punteada fluido no newtoniano [15].)



## 4. Comparación entre modelos newtonianos y no newtonianos

Una de las principales causas de muerte en el mundo ha sido la gran cantidad de enfermedades cardiovasculares, es por eso que se desarrollan diferentes investigaciones sobre el estudio de casos particulares del flujo sanguíneo; para esto, en la literatura fue necesario hacer uso de métodos matemáticos y aplicar diseños geométricos para la simulación de un sistema dinámico. La ley de potencia es un modelo que requiere dos parámetros ( $\mu_0$  y  $n$ ) para su modelización, lo cual implica que sea un sistema con pocas variables a tener en cuenta para que el estudio sea más efectivo; por este motivo no proporciona un análisis apropiado en el comportamiento del flujo sanguíneo en lugares de bajas y altas tasas de corte (Figura 3). El modelo de Carreau involucra cuatro parámetros y brinda un comportamiento con mejores resultados, en altas tasas de corte la viscosidad tiende a valores usados en modelos newtonianos ( $3,5 \text{ mpa}$ ), este modelo no incluye la dependencia de hematocritos lo que hace que sea una desventaja para su total efectividad (Tabla 1).

**Tabla 1:** Comparación de modelos entre fluidos newtonianos y no newtonianos, características y valores experimentales.

Tipo de modelo	Parámetros del modelo	Valores experimentales de los parámetros	Aplicación del modelo
Modelo de Walburn-Schneck [5], [17].	Dependencia del hematocrito (H) Cuatro constantes $C_1$ , $C_2$ , $C_3$ y $C_4$ . Concentración de proteína menos albumina (TPMA).	$C_1=0,00797$ ; $C_2=0,0608$ ; $C_3=0,00499$ y $C_4=14,585$ . A partir de los resultados experimentales que obtuvieron, estos autores proponen un modelo con $H=40\%$ y $TPMA=25,9$ g/l.	Relación de tasa de flujo asumida en las salidas de la bifurcación de 50/45/5 en una arteria.
Modelo de Ley de Potencia [18], [19].	Velocidad de deformación $\gamma$ Elevado a una potencia de índice no newtoniano(n) Índice de consistencia $\mu_0$ .	$\mu_0 = 0,035$ $n = 0,6$	Entre más alto $\mu_0$ más viscoso es el fluido, y entre más alejado se encuentre n de la unidad, las características de no newtoniano se hacen más profundas. Flujo Laminar Geometría 2D.
El modelo de Casson [9], [19], [20].	Modificación de la Ley de potencias Incluye el valor del Hematocrito (H)	$\mu_0 = 0,0012$ ; $0 < H < 1$ $\lambda y = 0,01(0,625 H)^3$ y $\mu_\infty = \mu_0 * (1-H)^{-2,5}$ . Ambas dependencias al hematocrito ( $\lambda y$ y $\mu_\infty$ ) son ajustadas experimentalmente.	Perfil de Velocidad asumido en la entrada. Relación de tasa de flujo asumida en las salidas de la bifurcación de 50/45/5 en una arteria.
El modelo de Carreau, [13], [21].	Enlaza la variación de la viscosidad en función de las deformaciones por presión. Analiza en función de las viscosidades límites $\mu_\infty$ y $\mu_0$	$\mu_\infty=0,00345$ Ns/m <sup>2</sup> $\mu_0=0,056$ Ns/m <sup>2</sup> $\lambda=10,976$ ; $n=0,3568$	Requiere cuatro parámetros, pero ofrece un comportamiento más adecuado para altas y bajas tasas de corte.
Ley de poder generalizado (GLP) [8].	Enfatizado a bajas velocidades de corte. Especifica que el modelo de Casson es un caso límite para velocidades de corte bajas.	Ajustadas experimentalmente $\mu_\infty=0,035$ Ns/m <sup>2</sup> ; $\Delta_\mu=0,25$ Ns/m <sup>2</sup> ; $\lambda=10,976$ ; $\Delta n=0,45$ ; $a=50$ ; $b=3$ ; $c=50$ ; $d=4$ ; $n_\infty=1,0$	Perfil de Velocidad asumido en la entrada. Relación de tasa de flujo asumida en las salidas de la bifurcación de 50/45/5 en una arteria.
Ley de poder (GPL modificado) [7], [8].	Modificación de GPL Incluye dependencia del Hematocrito(H), la temperatura y la concentración de TPMA.	$\mu_0=0,0008585$ ; $\Delta_\mu=0,00707$ ; $C_1=0,0019225$ ; $C_2=0,7639$ ; $0 < H < 1$ ; $a_1=0,14054375$ ; $a_2=14,7089379$ ; $a_3=1,3072387$ ; $a_4=383,039$ ; $b_1=0,02162045$ ;	Mismas ventajas que el modelo GPL además de incluir la concentración de TPMA. Aumenta la demanda en el procesamiento

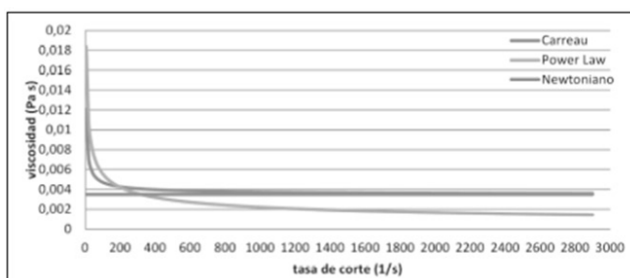


		$b_2=2,1138407$ ; $b_3=0,193464$ ; $b_4=41,2627$	computacional de las simulaciones.
Modelo VOF [9], [17].	La característica de este fluido considera una mezcla homogénea de (gas-liquido). Se considera que el flujo es laminar, no gravitacional, incompresible, newtoniano e isotérmico con el campo de velocidad V	Se considera que el flujo es laminar, no gravitacional, incompresible, newtoniano e isotérmico con el campo de velocidad V.	----
Modelo de Poiseuille [3], [11], [14].	Velocidad máxima y constante en el medio del tubo.	Viscosidad constante.	Perfil Parabólico y uniforme asumido en la entrada.
Modelo de Bernoulli [14], [3], [11]	Tubo hidráulico.	Presión en dos puntos.	-----

Fuente: elaboración propia.

Simulando en el software Comsol y utilizando el método de elementos finitos, se comparan la viscosidad en función de la tasa de corte de dos modelos no newtonianos (ley de potencias y Carreau) y uno newtoniano (Figura 5), donde se analiza que la viscosidad expresada en el modelo de ley de potencias y Carreau aumenta cuando la tasa de corte ( $1/s$ ) es menor a  $100 s^{-1}$ ; cuando la tasa de corte es mayor a  $1600 s^{-1}$  el modelo de ley de potencias disminuye su viscosidad hasta un 50 %, mientras que la viscosidad en el modelo de Carreau se mantiene constante o similar junto con el modelo newtoniano [22], observándose la concordancia de estos dos modelos para valores de tasa de cortes ( $1000 - 2900 s^{-1}$ ).

**Figura 5:** Viscosidad en función de la tasa de corte para tres modelos de sangre (newtoniano, de Carreau y de ley de potencia [1].)



## 5. Conclusiones

La sangre tiende a tener un comportamiento no newtoniano cuando la tasa de corte es baja, pues hay una coagulación en la sangre que permite el aumento de viscosidad, lo ideal sería que este flujo se comportara como un sistema newtoniano y se logra cuando las tasas de corte son altas. En el cuerpo humano las tasas de corte de la sangre son superiores a 100, lo que permite concluir que se puede aplicar un modelo newtoniano para el análisis del comportamiento de un flujo en vasos sanguíneos en este rango de tasas de corte.

El modelo generado en Comsol Multiphysic permite simular vasos sanguíneos en función de la viscosidad, esfuerzos cortantes, la velocidad del flujo y el diámetro característico. El modelo de ley de potencias es analizado mediante un fluido visco elástico, también el modelo de Carreau que es uno de los modelos más completos en cuanto a parámetros, simulación y dependencia del hematocrito revela la complejidad en el desarrollo de cada modelo.

## Referencias

- [1] G. Ortiz-León, D. Araya-Luna y M. Vílchez-Monge “Revisión de modelos teóricos de la dinámica

- de fluidos asociada al flujo de sangre A review of theoretical blood flow models”, *Tecnología en marcha*, vol. 27, n°. 1, pp. 66-76, 2014.
- [2] P. Evægren, J. Revstedt, y L. Fuchs, “Pulsating flow and mass transfer in an asymmetric system of bifurcations”, *Comput Fluids*, vol. 49, n°. 1, pp. 46–61, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2011.04.015>
- [3] D. A. Robayo y C. A. Ortiz, “Introducción al uso del *software* Comsol Multiphysics”, tesis de ingeniería electrónica, Universidad distrital, Colombia, 2016.
- [4] D. Palmen, F. Gijssen, F. Van De Vosse y J. Janssen, “Diagnostic minor stenoses in carotid artery bifurcation models using the disturbed velocity field,” *Journal of Vascular Investigation*, vol. 3, n°. 1, 1997.
- [5] F. Ghalichi, X. Deng, A. De Champlain, Y. Douville, M. King y R. Guidoin, “Low Reynolds number turbulence modeling of blood flow in arterial stenoses,” *Biorheology*, vol. 35, n°. 4–5, pp. 281–294, 1998. [https://doi.org/10.1016/S0006-355X\(99\)80011-0](https://doi.org/10.1016/S0006-355X(99)80011-0)
- [6] F. J. H. Gijssen, F. N. Van De Vosse y J. D. Janssen, “The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: steady flow in a carotid bifurcation model”, *Journal of Biomechanics*, vol. 32, n°. 6 pp. 601–608, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0021-9290\(99\)00015-9](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(99)00015-9)
- [7] A. J. Apostolidis, A. P. Moyer y A. N. Beris, “Non-Newtonian effects in simulations of coronary arterial blood flow”, *Journal of Non-newton Fluid Mechanics*, vol. 233, pp. 155– 165, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2016.03.008>
- [8] A. A. Saha y S. K. Mitra, “Modeling and Simulation of Microscale Flows”. [En línea]. Disponible en: [https://www.intechopen.com/books/modelling\\_and\\_simulation/modeling\\_and\\_simulation\\_of\\_microscale\\_flows](https://www.intechopen.com/books/modelling_and_simulation/modeling_and_simulation_of_microscale_flows)
- [9] M. C. Paul y M. M. Molla, “Investigation of physiological pulsatile flow in a model arterial stenosis using large-eddy and direct numerical simulations”, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, n°. 9, pp. 4393–4413, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.11.065>
- [10] T. F. Sherman, “On Connecting Large Vessels to small. The Meaning of Murray’s Law”, *The Journal of General Physiology*, vol. 78, n°. 4, pp 431-453, 1981. <https://doi.org/10.1085/jgp.78.4.431>
- [11] I. Kokalari, T. Karaja, and M. Guerrisi, “Review on lumped parameter method for modeling the blood flow in systemic arteries,” *J. Biomedical Science and Engineering*, vol. 2013, January, pp. 92–99, 2013. <https://doi.org/10.4236/jbise.2013.61012>
- [12] F. J. H. Gijssen, E. Allanic, F. N. Van De Vosse y J. D. Janssen, “The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: unsteady flow in a 90° curved tube”, *Journal of Biomechanics*, vol. 32, n°. 7, pp. 705–713, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0021-9290\(99\)00014-7](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(99)00014-7)
- [13] B. M. Johnston, P. R. Johnston, S. Corney y D. Kilpatrick, “Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: Steady state simulations,” *Journal of Biomechanics*, vol. 37, n°. 5, pp. 709–720, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2003.09.016>
- [14] J. J. R. Foja y R. L. De Leon, “Carotid Artery Modeling Using the Navier-Stokes Equations for an Incompressible, Newtonian and Axisymmetric Flow” *APCBEE Procedia*, vol. 7, n°. 63, pp. 86–92, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.apcbee.2013.08.017>
- [15] F. J. H. Gijssen, F. N. Van De Vosse y J. D. Janssen, “The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: steady flow in a carotid bifurcation model”, *Journal of Biomechanics*, vol. 32, n°. 6, pp. 601–608, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0021-9290\(99\)00015-9](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(99)00015-9)
- [16] Y. I. Cho y K. R. Kenney, “Effects of the non-Newtonian viscosity of blood on flows in a diseased arterial vessel. Part 1: Steady flows”, *Biorheology*, vol. 28, pp. 241-262, 1991. <https://doi.org/10.3233/BIR-1991-283-415>
- [17] S. N. Doost, L. Zhong, B. Su y Y. S. Morsi, “The numerical analysis of non-Newtonian blood flow in human patient-specific left ventricle”, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 127, pp. 232–247, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2015.12.020>
- [18] W. Wang, W. Cheng, K. Li, C. Lou, y J. Gong, “Flow Patterns Transition Law of Oil-Water Two-Phase Flow under a Wide Range of Oil Phase Viscosity Condition”, *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2013, 2013.
- [19] J. A. Ritter, A. D. Ebner, K. D. Daniel y K. L. Stewart, “Application of high gradient magnetic separation principles to magnetic drug targeting”,



- Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 280, n°. 2–3, pp. 184–201, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2004.03.012>
- [20] L. Goubergrits, E. Wellenhofer y U. Kertzscher, “Choice and Impact of a Non-Newtonian Blood Model for Wall Shear Stress Profiling of Coronary Arteries”, 14th Nordic-Baltic Conference on Biomedical Engineering and Medical Physics, Riga, 2008. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-69367-3\\_30](https://doi.org/10.1007/978-3-540-69367-3_30)
- [21] A. Manuscript, “NIH Public Access”, *Diabetes & Vascular Disease Research*, vol. 15, n°. 6, pp. 398–405, 2006.
- [22] E. Sassaroli, K. C. P. Li y B. E. O. Neill, “Modeling of the impact of blood vessel flow on the temperature distribution during focused ultrasound exposure”, Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference, Boston, 2010.